

Statistik und mathematisches Arbeiten

Andy Begg, University of Waikato, New Zealand,
übersetzt und bearbeitet von Elke Warmuth, Berlin

Zusammenfassung: Die in der Entwicklung der Schulmathematik zunehmende Betonung darauf, was Mathematiker **tun**, gegenüber dem, was sie **wissen**, bietet einige interessante Möglichkeiten für den Statistikunterricht. Der Beitrag untersucht diese Prozesse und deutet die Art der möglichen Einflußnahme auf die Schule an.

Einleitung

In verschiedenen englischsprachigen Ländern konzentriert sich die Änderung der Gewichte in Lehrplänen und politischen Dokumenten zur Schulmathematik (Neuseeland - Bildungsministerium, 1992; Großbritannien - DESWO, 1989; USA - NCTM, 1989; Australien - AEC, 1990) vor allem auf folgende drei Gebiete:

- Statistik, speziell ein EDA (Explorative Datenanalyse) - Zugang, wird früher eingeführt, und es wird mehr Statistik gelehrt;
- Bewertungen werden betont entweder als Versuch, das Lernen zu verbessern, oder als eine Methode, den Lehrern mehr Verantwortung zu geben.
- Dem mathematischen Arbeiten (dem, was Mathematiker tun) wird mehr Bedeutung gegeben gegenüber dem traditionellen Inhalt (dem, was Mathematiker wissen).

Vermutlich werden die meisten Leser von *Teaching Statistics* für das erste der drei Gebiete eintreten. Bewertungen hingegen sind eine umstrittene Frage, die wohl eher aufgrund politischer denn pädagogischer Entscheidungen einbezogen wurde. Ich habe nicht die Absicht, sie hier zu diskutieren. Das Ziel dieses Aufsatzes ist es, zu untersuchen, wie der Statistikunterricht auf das dritte Gebiet der Entwicklung, der Betonung des mathematischen Arbeitens, reagiert oder reagieren kann.

Statistik ist anders als Mathematik, aber in der Grund- und Mittelschule wird sie gewöhnlich als ein Teil der Mathematik unterrichtet und das von Lehrern, die oft keine Ausbildung in Statistik haben und die Mathematik auf eine sehr traditionelle Weise unterrichten. Folglich wird Statistik oft in derselben Weise wie Mathematik unterrichtet, typischerweise mit einer Einführung in ein neues Stoffgebiet, Beispielen und Aufgaben zur Übung und, vielleicht am Ende des Abschnitts, einigen weiteren Aufgaben, die Anwendungen des Stoffgebiets be-

inhalten. Es ist interessant zu untersuchen, ob in dieser Situation Unterschiede beim Statistikerunterricht verglichen mit anderen Inhalten auftauchen, wenn die Lehrer auf die wachsende Betonung der Tätigkeiten reagieren.

Mathematisches Arbeiten

Die explizite Einführung der mathematischen *Tätigkeiten* in Ergänzung zu den traditionellen *Stoffgebieten* (Arithmetik, Analysis, Geometrie, Algebra und Statistik) ist Bestandteil der Umdefinition des Gegenstands der "Schulmathematik". Diese Tätigkeiten treten unter einer Vielzahl von Namen auf, z. B. Problemlösen (darunter Entdecken), Modellbilden, Begründen/Beweisen, Mitteilen, Beziehungen aufbauen, Hilfsmittel benutzen (Berg, 1991).

Diese Umdefinition soll sichern, daß Aspekte wie das Beweisen, auf die mit den Jahren weniger Nachdruck gelegt wurde, wiederbelebt werden, daß die wachsende Bedeutung des Lehrens von Problemlösen und Modellbilden noch gesteigert wird, daß die Wirkung konstruktivistischer Ideen vom Lernen gefördert wird durch Kommunikation und Aufbauen von Beziehungen und daß die Nützlichkeit von Technologien anerkannt wird.

Diese Tätigkeiten werden manchmal so dargestellt, als seien sie eine parallele Linie zu den inhaltlichen Linien des Mathematikunterrichts, aber sie durchdringen die inhaltlichen Linien, wie es in der Tabelle angedeutet ist.

	Arithmetik	Analysis	Geometrie	Algebra	Statistik
Problemlösen					
Modellbilden					
Begründen					
Kommunizieren					
Beziehungen aufbauen					
Werkzeuge benutzen					

Problemlösen

Traditionell war ein großer Teil des Statistikerunterrichts damit ausgefüllt, Standardsituationen bereitzustellen, in denen man eine bestimmte Methode anwenden konnte. Ich erinnere mich an meine eigene Statistikausbildung, wo die gefährlichste Entscheidung, die ich jemals treffen mußte, war "Welchen Test sollte ich anwenden?"

Problemlösen bietet die Gelegenheit, mit realen Situationen zu beginnen, die mehr "nach hinten offen" sind. In Neuseeland benutzen die Lehrer an den Oberschulen in den Leistungskursen entweder ein einziges Hauptprojekt oder eine Folge von kleineren Projekten als wesentlichen Bestandteil des Statistikerunterrichts, und dabei wird wahrscheinlich sehr viel Problemlösen betrieben. In den Grundkursen benutzen auch manche Lehrer interessante offene Untersuchungen, aber im allgemeinen haben sie angedeutet, daß sie Hilfe brauchen, um mehr Ausgangssituationen zu finden.

Soweit ich weiß, wird das Problemlösen in Neuseeland und in Übersee in der Statistik in stärkerem Maße betrieben als in anderen Teilen des Lehrplans, und diese Tendenz kann ansteigen, wenn die Lehrer bereit sind, stärker innovative Wege zu gehen.

Modellbilden

Die Simulation von Vorgängen mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitsrechnung ist eines der besten Beispiele für Modellbilden, das es im Mathematikunterricht gibt. Von sehr einfachen Situationen, wie dem Simulieren des Geschlechts eines zufällig ausgewählten Kindes mit Hilfe eines Würfels bis zu komplexeren Situationen können Simulationen von vielen Kindern verständig ausgeführt werden. Die Statistik stellt ein ideales Podium für das Lehren des Modellbildens dar. Vielleicht liegt das daran, daß diese Art von Modellbilden mit bildhaftem und konkretem Material durchgeführt wird statt mit Gleichungen und Graphen. Manche Lehrer haben noch nicht viele Beispiele für das Modellbilden gefunden, aber im allgemeinen finden sie sie in der Statistik eher als in anderen Gebieten der Mathematik.

Begründen

Die unsichere Natur der Statistik verglichen mit der Bestimmtheit der reinen Mathematik beinhaltet einzigartige Gelegenheiten, Argumentationsfähigkeiten eines bestimmten Typs kennenzulernen, die sehr nützlich in der realen Welt sind. Für einen mündigen Staatsbürger ist es wichtig, argumentieren zu können, wenn nur Wahrscheinlichkeiten bekannt sind, und Fehler in den Argumenten anderer zu erkennen, die auf der Fehldeutung von statistischen Daten beruhen, zumal in einer Zeit, wo Informationen so leicht zugänglich sind. Vielleicht unterscheiden wir als Lehrer nicht genug zwischen diesen Typen des Begründens. Vielleicht sollten wir die Verschiedenartigkeit mehr betonen, um den Schülern zu helfen, sich der Unterschiede bewußt zu werden.

Kommunizieren

Die Mitteilung statistischer Ergebnisse durch verbale oder schriftliche Berichte ist ein wichtiger Teil der Arbeit eines Statistikers. In der Tat ist es sinnlos, ein Problem zu untersuchen, wenn die Ergebnisse nicht mitgeteilt werden. Graphische Darstellungen und Symbole sind zwei spezielle Formen, die Mathematiker und Statistiker zur Kommunikation beisteuern. Diese zwei Formen der Kommunikation versorgen die Lehrer mit einem Gefühl dafür, wie Mathematiker und Statistiker ihren Beitrag leisten können zu etwas, das oft als generischer und nicht-mathematischer Prozeß bezeichnet wird.

Die innerpersonellen Kommunikationsfähigkeiten (wie beispielsweise Überlegung) und die interpersonellen zwischen dem Schüler und dem Lehrer, ebenso wie zwischen den Schülern, sind wichtig, weil diese Fähigkeiten unerlässlich für das Lernen sind. Wir alle haben wohl die Erfahrung gemacht, daß wir etwas viel besser als zuvor verstanden haben, nachdem wir es jemandem erklären mußten. In ähnlicher Weise schlagen unsere Schüler kognitive Brücken, wenn sie diskutieren, zuhören, laut denken und sprechen. Unglücklicherweise sehen viele Lehrer auf der ganzen Welt die Mathematik (und die Statistik) eher als eine individuelle Aktivität denn als eine wertvolle Gruppenaktivität an, bei der Wechselwirkungen gefördert werden müssen. Diese Gelegenheit zur Kommunikation wird deshalb nicht so oft genutzt, wie es sein könnte. Vielleicht spiegelt dies die Tatsache wider, daß viele Lehrer nach wie vor in Begriffen der alten Theorien wie Assoziationismus (Resnick & Ford, 1981) oder Behaviorismus (Joyce & Well, 1980) denken, statt die Ergebnisse des Konstruktivismus aufzugreifen (vgl. Glasersfeld, 1989).

Verbindungen herstellen

Die konstruktivistische Theorie betont, daß es wichtig ist, Verbindungen herzustellen zwischen den Interessen der Schüler und ihrem Vorwissen mit der Arbeit, die im Klassenraum stattfindet. Die Kopplung mit den Interessen kann oft erreicht werden, indem der Lehrer eher Problemsituationen auswählt, die die Schülerwirklichkeit betreffen, als solche, von denen er meint, daß die Schüler sich dafür interessieren sollten, weil es Fragen von Weltbedeutung sind. Die Kopplung mit dem Vorwissen der Schüler, dessen sich der Lehrer bewußt sein sollte, erfolgt oft nicht, und das führt bei den Schülern dazu, daß sie das Wissen in sogenannte "Schubkästen" verteilen, anstatt ein konsistentes Wissensgebäude zu erlernen.

Eine nützliche Quelle für Ausgangsideen sind die anderen Unterrichtsfächer. Rouncefield (1990) schlägt vor, einen Statistikkoordinator an der Schule einzuführen, um die Verbindungen zwischen der Statistik und den anderen Fächern zu forcieren.

Ebenso wie die Schule sind Sport, Freizeit, Medien und alltägliches Leben Quellen für das Nachdenken über Statistik, die einbezogen werden sollten. Dies kann am besten durch Projektunterricht geschehen und nicht, indem man die Themen isoliert behandelt.

Einige Aspekte anderer Kulturen bieten alternative Zugänge zu den Fragen von Zufall und Glück, so habe einige nicht-europäische Kulturen Ansichten von Fatalismus und Karma. Einiges Feingefühl ist notwendig, um den Schülern solche Gedanken zu vermitteln. Aber sie sollten vermittelt werden, wenn die Schüler die Schulmathematik und das wirkliche Leben nicht als getrennte Dinge auffassen sollen.

Werkzeuge benutzen

Eines der ersten Werkzeuge, das die Schüler im Mathematikunterricht benutzen ist ein einfaches Meßinstrument - das Lineal. Später lernen sie andere gebrauchten, z. B. den Winkelmesser. Obwohl die Benutzung solcher Werkzeuge traditionell zum Messen im Mathematikunterricht gehört, ist es oft besser, dies im Kontext von Statistik zu unterrichten. Dort sieht man nämlich, daß das Messen von Daten einem bestimmten Zweck dient. Es ist interessant zu wissen, wie viele Dreizehnjährige immer noch sehr bescheidene Meßfähigkeiten und sehr wenige Vorstellungen über die nötige Genauigkeit besitzen.

Taschenrechner und Computer sind weitere Werkzeuge, die im Mathematikunterricht benutzt werden. Die Statistik hat wahrscheinlich den Weg zur Benutzung des Taschenrechners geebnet, zunächst mechanische und dann elektrische Rechenmaschinen werden seit über einem halben Jahrhundert in vielen kleinen Institutionen benutzt. Der Vorteil von statistischen und graphischen Taschenrechnern und von statistischer Software scheint eher genutzt zu werden als die entsprechende Technologie für andere Gebiete der Mathematik. Das und die eigene Erfahrung bei der Nutzung dieser Hilfsmittel sollte die Einstellung von Lehrern und Lehrplanentwicklern beeinflussen.

Einige Schulen benutzen Statistiksoftwarepakete und viele verwenden Textverarbeitungssysteme. Grundlegende Anwendungen wie Datenbank- und Tabellenkalkulationssysteme werden jedoch von vielen nicht eingeführt, obwohl sie in vielen Studiengebieten nützlich sind, und speziell in der Statistik. Das ist teilweise begründet durch fehlende Hardware. Wenn die Softwarewerkzeuge erwünscht sind, dann müssen mehr Computer für jeden Klassenraum bereitgestellt werden.

Ein anderer Aspekt ist der folgende: Durch das Benutzen von Werkzeugen kann sich der Zugang zu einem Gegenstand verändern. In der Statistik ist die Explorative Datenanalyse (EDA) ein Beispiel dafür.

Schlußfolgerungen

Wenn ich den Fortschritt der Statistik in Bezug auf das Unterrichten mathematischer Tätigkeiten beurteilen soll, dann ist mein erster Eindruck, daß die Statistik wahrscheinlich eine wegbereitende Rolle spielt, obgleich eher zufällig als geplant. Die Tätigkeiten passen besonders gut zu einem modernen Zugang zur Statistik und zu den neueren Lerntheorien. Wenn jedoch der Statistikerunterricht einigen Aspekten des neuen Lehrplans genügt, dann ist es sehr leicht für die Lehrer, selbstzufrieden zu werden und keine besonderen Anstrengungen zu unternehmen. Meine Interpretation der Situation ist, daß, obgleich anscheinend zu den angestrebten Prozessen beitragend, viele Statistiklehrer die zugrundeliegende Philosophie nicht wirklich angenommen haben. Beispielsweise ordnen sie etwas als Problemlösesituation in einem Lebensweltkontext ein, obgleich es tatsächlich von den Schülern als einfache Anwendung eines Standardalgorithmus gesehen wird. Die Lehrer jedoch sind zufrieden mit der Art und Weise, wie sie den alten Zugang angepaßt haben, und daß sie höchstwahrscheinlich nicht mehr tun müssen, um die neuen Ideen aufzunehmen.

Ahmed (1987, S. 20) zählt auf, was eine inhaltsreiche mathematische Aktivität ausmacht. Diese Liste stellt eine nützliche Sammlung von Kriterien dar, die bei der Auswahl von Lernaktivitäten für jegliche Mathematik, eingeschlossen Statistik, beachtet werden sollen. Ahmed fordert für eine in den Unterricht einzubeziehende Lernhandlung:

- Sie muß zu Beginn für jeden zugänglich sein.
- Sie muß weitere Anstrengungen erfordern und erweiterbar sein.
- Sie muß die Kinder zu Entscheidungen herausfordern.
- Sie muß die Kinder anregen zum Vermuten, Hypothesen aufstellen und testen, Beweisen oder Erklären, Nachdenken, Interpretieren.
- Sie soll die Schüler nicht abhalten, in anderen Richtungen zu suchen.
- Sie soll Diskussion und Kommunikation fördern.
- Sie soll zu Originalität und Phantasie ermuntern.
- Sie soll zu Überlegungen der Art "Was wäre, wenn" und "Was wäre, wenn nicht" anregen.
- Sie soll Überraschungselemente haben.
- Sie soll Spaß machen.

Wenn diese Kriterien öfter herangezogen würden, würden wir Lernhandlungen auswählen, die wahrscheinlich Problemlösen und Untersuchen, vielleicht Modellieren, sicher Beweisen, Kommunizieren, Verbindungen herstellen und, wahrscheinlich, Technologien anwenden beinhalten würden.

Wenn die Statistik weiter bei der Betonung der *Tätigkeiten* vorangehen will, müssen die Lehrer umfangreichere Aktivitäten in ihre Arbeit einbeziehen. Tatsächlich beginnen einige davon in stärker innovativen Texten wie *Chance and Data* von Lovitt und Lowe (1993) zu erscheinen.

Es ist Sache der Lehrer und Lehrerausbilder zu entscheiden, ob sie angemessen betonen, was Statistiker *tun*, oder ob sie nur großen Wert darauf legen, was Statistiker *wissen*, und zu entscheiden, ob die Statistik weiter den Weg weisen sollte, wie der Geist der Prozeßveränderungen im Lehrplan zu interpretieren ist.

Literatur

- Ahmed, A. (1987). *Better Mathematics (A Curriculum Development Study based on LAMP)*. London: HMSO.
- Australian Education Council (1990). *A National Statement on Mathematics for Australian Schools*. Melbourne: Curriculum Corporation.
- Begg, A. J. C. (1991). *Mathematics: To Know or To Do*. *The New Zealand Mathematics Magazine* 28(1), 25-31.
- Department of Education and Science and the Welsh Office (1989). *Mathematics in the National Curriculum*. London: HMSO.
- Department of Education and Science and the Welsh Office (1988). *Mathematics for ages of 5 to 16*. London: HMSO.
- Joyce, B. & Weil, M. (1980). *Models of Teaching*. Second Edition. New Jersey: Prentice Hall Inc.
- Lovitt, C. & Lowe, I. (1993). *Chance and Data: Investigations*. Volume 1, Volume 2, and Disk). Melbourne: Curriculum Corporation.
- Ministry of Education (1992). *Mathematics in the New Zealand Curriculum*. Wellington: Learning Media.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Virginia: NCTM.
- Resnick, L. B. & Ford, W. W. (1981). *The Psychology of Mathematics for Instruction*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Inc.
- Rouncefield, M. (1991). *From Cooperation to Coordination - The School's Statistics Coordinator*. *Proceedings of the Third International Conference on Teaching Statistics*, Volume 1. Dunedin 1990, ISI, 277-284.
- von Glasersfeld, E. (1989). *Constructivism in Education: Research and Studies*, Supplementary Volume. Oxford/New York: Pergamon Press.