# Wie kann man Wahlergebnisse und AIDS-Risiken intuitiv darstellen - ein Kommentar der Herausgeberin zu den Beiträgen von Hildebrand und Quermann

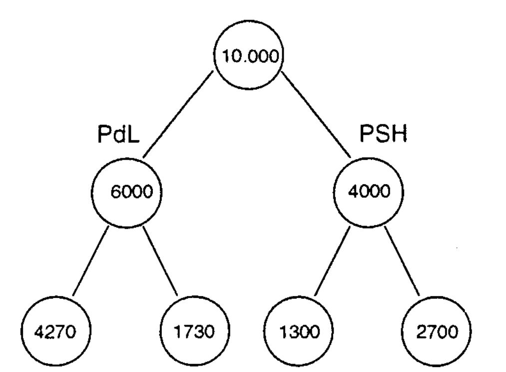
LAURA MARTIGNON, SILKE ATMACA UND STEFAN KRAUSS

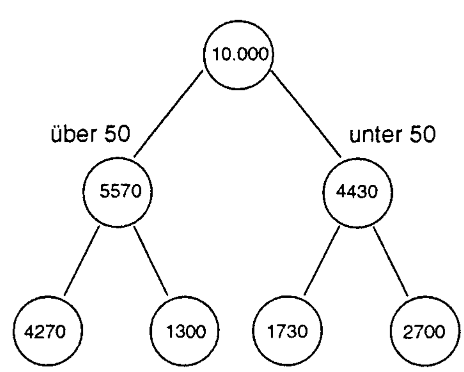
Bei Abitur-Aufgaben, die zum Themenbereich der bedingten Wahrscheinlichkeiten gehören, wird vom Schüler oft erwartet, dass er die in der Aufgabe gegebenen Wahrscheinlichkeiten in ein Baumdiagramm übertragen und dann anhand der Pfadregeln die richtige Lösung ableiten kann. Dies ist z.B. in der Grundkurs-Abituraufgabe (siehe Beitrag von Achim Hildebrand in diesem Heft) bei Teilaufgabe 2.1 der Fall und in der Leistungskurs-Abituraufgabe (siehe Beitrag von Achim Quermann in diesem Heft) bei Teilaufgabe b. Wir wollen an dieser Stelle darauf hinweisen, dass die Betrachtung bedingter Wahrscheinlichkeiten zwar eine Lösung solcher Aufgaben ermöglicht, aber letztlich keine echte Einsicht in die zugrunde liegende Situation vermitteln kann: Will man die Aufgabe nicht nur lösen, sondern auch die Intuition des Schülers in Einklang zu dieser Lösung bringen, sollte man Baumdiagramme statt mit Wahrscheinlichkeiten lieber mit absoluten Häufigkeiten besetzen. Wir wollen im Folgenden die beiden erwähnten Aufgaben mit Hilfe von "Häufigkeitsbäumen" lösen:

## Lösung von Aufgabe 2.1

(Aufgabenstellung siehe Beitrag von Hildebrand in diesem Heft):

Trick: Man stelle sich 10.000 Wahlberechtigte vor. Aus den Informationen in den beiden Zeitungsartikeln erhält man nun die beiden folgenden Baumdiagramme:



Der linke Baum entspricht dabei der Aussage des Zeitungsausschnittes links in der Aufgabenstellung und der rechte Baum entspricht den Angaben im rechten Zeitungsausschnitt[1]. Beim Vergleich der beiden Bäume kann man sich die Wählergruppierungen vorstellen und der Häufigkeitsbaum wird zur Lösung der Aufgabe selbst. Der Vergleich von aus den Pfadregeln erhaltenen bedingten Wahrscheinlichkeiten, wie in der Musterlösung vorgeschlagen, ist dagegen formal und bleibt unkonkret.

Von großem Vorteil für das bessere Verständnis ist ein Häufigkeitsbaum auch bei Aufgaben zum Satz von Bayes, wie anhand der von Achim Quermann vorgestellten Leistungskurs-Abituraufgabe gezeigt werden soll:

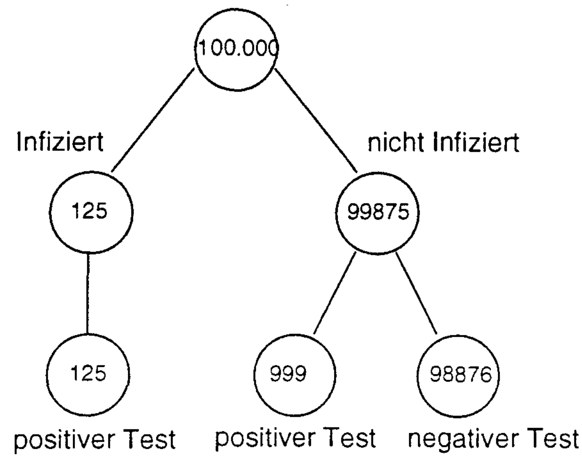
## Lösung von Aufgabe b

(Aufgabenstellung siehe Beitrag von Quermann in diesem Heft):

Trick: Man stelle sich eine Stichprobe von 100.000 Personen vor. Aus den Angaben in der Aufgabenstellung läßt sich dann der folgende Häufigkeitsbaum (rechts) ableiten.

Mit Hilfe dieses anschaulichen Baumdiagramms erhält man nun auf einfache Weise (nämlich als genuine Laplace-Wahrscheinlichkeit) die Lösung $\frac{125}{125+999} \cong 11.1\%$. Der Häufigkeitsbaum hat aber noch einen weiteren Vorteil. Man könnte sich wundern, warum der erhaltene Wert (11,1%) so niedrig ist, da der Test doch "fast sicher" zu sein scheint. Mit dem Baum ist nun ein anschauliches Modell der Situation verfügbar, in dem man sehen kann, wie dieser niedrige Wert zustande kommt: Es gibt nämlich nur deshalb mehr "falsch-positive" (999) als "richtig-positive" (125) Testergebnisse, da es *grundsätzlich viel mehr* nicht-Infizierte als Infizierte gibt. Man kann zwar auch mit den Pfadregeln (bzw. dem Satz von Bayes) den richtigen Wert berechnen, das Erstaunen über die überraschend niedrige Beweiskraft des Tests bleibt so jedoch bestehen.

Für weitere Hintergründe über den "Häufigkeitsansatz" in der Stochastik verweisen wir auf diesbezügliche Beiträge im aktuellen Band Anregungen zum Stochastikunterricht: Die NCTM-Standards 2000, Klassische und Bayessche Sichtweise im Vergleich, herausgegeben von Borovcnik, Engel und Wickmann (erschienen im Franzbecker Verlag).




Anschrift der Verfasserin:
Laura Martignon
Max-Planck-Institut für Bildungsforschung
Lentzeallee 94
14195 Berlin
martignon@mpib-berlin.mpg.de

[1]In beiden Baumdiagrammen wurden die letzten drei Ziffern auf die Zehnerstelle gerundet. Bedenken hierbei sind allerdings unnötig, da auch in der Wahrscheinlichkeitslösung die letzten drei Stellen gerundet werden müssen, bevor "Gleichheit" festgestellt werden kann.