

verhältnismäßig konstant sind. Bei anderen Austauschvorgängen ist dies oft ein Schwachpunkt. Beispielsweise ändern sich die Überganganteile bei Käufern bestimmter Produkte, Besucherzahlen, Wählergruppen und auch bei der Zelldiffusion im Verlauf des Prozesses zum Teil so erheblich, dass die Ausbildung eines Gleichgewichtszustandes und langfristige zeitliche Prognosen fraglich werden.

Literatur

Elschenbroich, H.-J. (2003): Ein dynamischer Zugang zu Funktionen und Gleichungen. MNU 56/8, S. 454-460.

Kratz, H. (2004): Ein einfaches Modell für die Diffusion des Euro. Erscheint in: Beiträge zum Mathematikunterricht, Tagungsband

der 38. Jahrestagung der GDM in Augsburg.

Krüger, K. (2000): Erziehung zum funktionalen Denken. Logos.

Leuders, T. (Hrsg.) (2003): Mathematik-Didaktik, Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II. Cornelsen Verlag, Berlin.

Malle, G. (2000): Zwei Aspekte von Funktionen: Zuordnung und Kovariation. In: mathematik-lehren 103, S. 8-11, Friedrich Verlag, Seelze.

Strick, H. K. (2003): EURO, EURO, wie schnell wirst Du wandern? In: Praxis der Mathematik, Heft 6/45.Jg., S. 265-270, Aulis Verlag Deubner, Köln.

Welchen Gewinn-Bonus kann man erwarten?

HENRIK KRATZ, FRANKFURT

Zusammenfassung: Die Postbank bietet eine Sparform an, bei der die monatliche Verzinsung eines Guthabens von der Gewinnziehung der Aktion Mensch abhängt. Schüler untersuchen, warum der geschätzte und der berechnete Erwartungswert für den monatlichen Gewinn-Bonus auseinander klaffen.

1 Die Gewinn-SparCard

Seit Mai 2004 bietet die Postbank eine besondere Art der Verzinsung an, die sogenannte Gewinn-SparCard. Neben dem Basiszins gibt es einen zusätzlichen Zins, den sogenannten Gewinn-Bonus, der von den beiden Endziffern der monatlichen Hauptziehung der Aktion Mensch (Tab. 1) abhängt.

Beispielsweise erhält ein Sparer mit einem Guthaben von 6000 Euro jeden Monat den Basiszins von 1,20%. Da im April 2004 die Endziffer 03 gezogen wurde, wurden dem Sparer für diesen Monat zusätzliche Bonuszinsen in Höhe von 0,25% gutgeschrieben. Damit ergab sich ein Gesamtzins von 1,45%. Um der Sparform eine zusätzliche Attraktivität zu verleihen, spendet die Postbank für jeden Euro des Gewinn-Bonus, der am Jahresende gutgeschrieben wird, einen Cent an die Aktion Mensch.

Gewinn-Bonus

| Endziffer der Gewinnzahl Hauptziehung Aktion Mensch | Gewinn-Bonus p.a. rückwirkend für den Ziehungsmonat |
|---|---|
| 00 - 20 | 0,25 % |
| 21 - 40 | 0,50 % |
| 41 - 60 | 1,25 % |
| 61 - 80 | 1,80 % |
| 81 - 98 | 2,25 % |
| 99 | 3,75 % |

Tabelle 1: Konditionen für den Gewinn-Bonus (Quelle: www.postbank.de/)

Diese Spende wird von der Postbank getragen und hat keinen Einfluss auf die Zinssumme des Sparers.

2 Schätzung und Berechnung des Erwartungswerts

Die neue Sparform der Postbank wurde im Stochastikunterricht einer 10. Klasse behandelt. Dazu haben die Schüler eine Kopie des Faltblatts erhalten, mit dem die Postbank für die Gewinn-SparCard

wirbt. Nachdem geklärt worden war, wie der monatliche Gesamtzins zustande kommt, haben die Schüler geschätzt, welchen monatlichen Gewinn-Bonus ein Sparer erwarten darf. Fast alle Schätzungen bewegten sich im Bereich von 1,3%-1,7%.

Anschließend wurde der tatsächliche Erwartungswert für den Gewinn-Bonus berechnet: Er liegt bei nur 1,205% (siehe Tab. 2). Die Berechnung geht davon aus, dass alle 100 möglichen Endziffern der vierstelligen Gewinnzahl gleich wahrscheinlich sind.

| Gewinn-Bonus x_i (in %) | Wahrscheinlichkeit p_i | $x_i \cdot p_i$ | |
|---------------------------|--------------------------|-----------------|-------|
| 0,25 | 21/100 | 0,053 | |
| 0,5 | 20/100 | 0,100 | |
| 1,25 | 20/100 | 0,250 | |
| 1,8 | 20/100 | 0,360 | |
| 2,25 | 18/100 | 0,405 | |
| 3,75 | 1/100 | 0,038 | |
| | | 1,205 | Summe |

Tabelle 2: Berechnung des Erwartungswerts für den Gewinn-Bonus

Die Schüler waren überrascht, dass ihre Schätzungen deutlich über dem tatsächlich zu erwartenden Wert liegen. In der Diskussion haben sie die wesentlichen Gründe für ihre Fehleinschätzungen erkannt:

1. *Achim*: „Man orientiert sich automatisch an den beiden Prozentsätzen 1,25% und 1,8%, die in der Mitte der Tabelle stehen, und versucht, so eine Art Mittelwert zwischen diesen beiden Werten zu bilden.“ Achim beschreibt, wie er bei einer ersten intuitiven Einschätzung die beiden mittleren Zinssätze 1,25% und 1,8% dazu benutzt, das arithmetische Mittel aller Zinssätze abzuschätzen. Schon dieser Schritt ist problematisch, weil Achim dabei unbewusst unterstellt, dass die Zinssätze symmetrisch um den Zentralwert 1,525% - als Mittelwert von 1,25% und 1,8% - liegen. Aus Achims weiteren Äußerungen wird deutlich, dass er seinen Schätzwert für das arithmetische Mittel an Stelle des Erwartungswerts verwenden möchte, ohne die unterschiedlichen Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Zinssätze zu berücksichtigen. Auch mit einem korrekt berechneten arithmetischen Mittel hätte Achim diese zweite Vereinfachung nur vornehmen dürfen, wenn eine Gleichverteilung vorgelegen hätte. Achims Vorgehensweise führte vor allem deshalb zu einem Fehlurteil, weil der größte Zinssatz von

3,75% zwar das arithmetische Mittel der Zinssätze verschiebt, für den tatsächlichen Erwartungswert aber kaum eine Rolle spielt.

2. *Friederike*: „Selbst wenn man den Wert von 3,75% außer acht lässt, weil er sehr unwahrscheinlich ist, meint man zuerst, dass man mit etwa 1,25% Zinsen rechnen darf. Aber auch das stimmt nicht, denn die Abstände von 1,25% zu den größeren und kleineren Prozentwerten sind nicht immer gleich. Der Abstand von 0,50% zu 1,25% beträgt 0,75%, aber der Abstand von 1,25% zu 1,8% nur 0,55%. Außerdem ist ein Gewinn-Bonus von 2,25% mit 18 möglichen Endziffern etwas unwahrscheinlicher als 0,25% mit 21 Endziffern.“ Friederike erläutert, warum die Verteilung in doppelter Hinsicht Symmetrien verletzt. Weder sind die Abstände der Zinssätze zu 1,25% symmetrisch, noch ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung symmetrisch. Dies wurde für die Schüler auch bei der graphischen Darstellung der Verteilung mit Excel offensichtlich.

Insgesamt zielt die Werbepsychologie der Tabelle 1 darauf ab, dass bei Schätzungen oft unbewusst Glättungen vorgenommen werden, zum Beispiel, indem von einer symmetrischen Situation ausgegangen wird.

3 Fazit

Zugunsten der Postbank soll - von der Spende an die Aktion Mensch einmal abgesehen - angemerkt werden, dass sie im Begleitschreiben ihres Rundbriefs und auf ihren Internetseiten selbst über den zu erwartenden Gewinn-Bonus von etwa 1,2% informiert. Trotzdem steckt hinter dem Angebot der Postbank eine Strategie, die einen höheren Gewinn-Bonus suggerieren und oberflächliche Leser anlocken möchte. Dies wird insbesondere dadurch deutlich, dass der sehr unwahrscheinliche Fall eines Gewinn-Bonus von 3,75% im Rundschreiben durch Fettdruck bzw. Umkreisung herausgestrichen wird. Insofern ist es durchaus lohnenswert, die zugrunde liegenden werbepsychologischen „Kniffe“ mit Hilfe stochastischer Methoden zu durchleuchten.

Anschrift des Verfassers:

Dr. Henrik Kratz
Egenolffstr. 10
60316 Frankfurt

h.kratz@gmx.de